ARIMA
épisciences

Utilité à la Choquet dépendante de l'état de la nature

ABDOU Issouf[1], **Philibert ANDRIAMANANTENA**[2], **RAVELOMANANA Mamy** [3], **RAKOTOZAFY Rivo**[2]

[1]Université des Comores, Comores
[2]Université de Fianarantsoa, Madagascar
[3]Université de Antananarivo, Madagascar

*E-mail : abdouissouf8631@gmail.com

DOI : 10.46298/arima.5898
Soumis le 7 novembre 2019 - Publié le 27 octobre 2021
Volume : **Volume 32 - 2019 - 2021** - Année : **2021**
Numéro spécial : **Volume 32 - 2019 - 2021**
Éditeurs : *Eric Badouel, Nabil Gmati, Maurice Tchuenté, Bruce Watson*

Résumé

Cet article qui s'inscrit dans le cadre général des mathématiques appliquées à l'économie est un modèle de prise de décision dans l'ignorance totale. Un tel environnement est caractérisé par l'absence d'une loi de distribution des états de la nature permettant d'avoir des bonnes prévisions ou anticipations. Se basant principalement sur l'intégrale de Choquet, ce modèle permet d'agréger les différents états de la nature afin de prendre une meilleure décision. Cette intégrale de Choquet s'impose par rapport à la complexité de l'environnement et aussi par son caractère pertinent d'agrégation des critères interactifs ou conflictuels. Le présent modèle est une combinaison du modèle de Schmeidler , [10], et de l'algorithme de Brice Mayag, [16], pour la détermination de la capacité 2-additive de Choquet. Il s'inscrit dans le cadre des modèles subjectifs et apporte une réponse appropriée au paradoxe d'Ellsberg.

Mots-Clés

Incertitude, Préférences Subjectives, Utilité, Intégrale de Choquet, Mesure floue

I INTRODUCTION

Dans un contexte d'absence des lois des probabilités a priori des événements possibles, l'aversion pour le risque des agents économiques est très forte. Cet environnement, appelé ignorance totale, a fait l'objet des études antérieures et des modèles comme ceux de Wald, WALD [2], Savage, SAVAGE [3] , Hurwicz et Laplace, RAIFFA [8]. Leurs modèles ne tiennent pas compte des facteurs exogènes (contextes socio-économiques, facteurs climatiques,. . .).

Le modèle proposé pour ce travail, qui va tenir compte desdits facteurs exogènes, rentre dans le cadre des paradoxes de la théorie de décision selon lesquels les modèles comme ceux d'Espérance d'Utilité (EU) de Von Neumann, NEUMANN et MORGENSTERN [1], et d'Espérance d'Utilité Subjective (SEU) de Savage, SAVAGE [6], n'expliquent pas ,d'après Alain, ALAIN et COHEN [15], certains comportements observés dans le risque, ALLAIS [4], comme dans l'incertain [7]. Il est fondé sur l'intégrale de Choquet, CHOQUET [5], nécessitant l'utilisation des mesures ou capacités et permet d'intégrer l'état de la nature dans l'utilité, contrairement aux autres modèles.

La notion de mesure floue a été introduite dans le modèle de Schmeidler mais rien ne dit quant à la façon de la mesurer.

En supposant que les états de nature sont des facteurs exogènes (incertitudes exogènes) et interactifs les uns des autres, la capacité 2-additive de Choquet permet d'identifier ces interactions et surtout permet de définir une loi subjective de distribution de l'ensemble des états du monde considérés.

Pour ce faire, notre travail se subdivise par les travaux connexes, la présentation du modèle et une illustration.

II TRAVAUX CONNEXES

Le principe de la rationalité, par son caractère mathématique exige la formalisation d'un modèle. C'est ainsi que des économistes comme Wald, WALD [2], WALD [9] et SAVAGE [3], avec leurs modèles sont convaincus que la meilleure de décisions est celle prise dans le pire des cas. A cet effet Wald propose le critère Maximin et pour Savage, il faut minimiser le manque à gagner.

De sa part Hurwicz, le mieux est de concilier le meilleur et le pire de cas par compensation. Cette méthode est proche de celle de la moyenne de Laplace, RAIFFA [8], qui introduit une équiprobabilité pour chaque état de la nature.

Von Neumann, NEUMANN et MORGENSTERN [1], avec leur modèle de connaissance a priori des probabilités des états de nature, le modèle de l'utilité espéré qui en réalité a fait face à des probabilités subjectives, est contredit avec les paradoxes d'Allais, ALLAIS [4], dans le risque et d'Ellsberg, ELLSBERG [7], dans l'incertain même si Savage, SAVAGE [3], a pu les équipés d'une base axiomatique solide.

QUIGGIN [12], dans le risque, généralise ce modèle de l'utilité espérée en proposant le modèle d'utilité dépendant du rang et Schmeidler, SCHMEIDLER [10], dans l'incertain, propose le modèle d'utilité à la Choquet en proposant plus d'axiomatisation, qui s'adapte à des situations comme celle du paradoxe d'Ellsberg.

En s'inspirant de Schmeidler et en utilisant la capacité 2-additive de Choquet, MAYAG, GRABISCH et LABREUCHE [16], notre modèle permet d'intégrer tous les facteurs exogènes tout en tenant compte des interactions possibles.

III PRÉSENTATION DU MODÈLE

Nous allons avant tout présenter les éléments fondamentaux du modèle de la théorie de la décision. Une fois que le décideur a clairement identifier ces éléments à l'intérieur du problème qu'il veut solutionner, il obtient une vue d'ensemble qui lui permet de canaliser ses énergies sur les points prioritaires. L'analyse du problème en sera d'autant plus simplifiée.

3.1 L'ensemble des états de la nature et les événements

Ces éléments du modèle de prise décision sont identifiés par $S = \{s_1, \ldots, s_n\}$, qui est l'ensemble des états de la nature. Dans notre cas l'ensemble de ces états de nature sont supposés exhaustifs et non mutuellement exclusifs, c'est-à-dire si par exemple
$S = \{\text{Cyclone}, \text{Inondation}, \text{Pluie}, \text{Sécheresse}, \text{Vent}, \text{Crise politique}, \text{Crise financière}, \text{Epidémie}, \text{Guerre}, \text{Asymétrie d'information}, \text{Maladie}\}$, l'ensemble des éventualités prises individuellement comme " Crise financière et Cyclone " est possible et ainsi de suite.

En prenant en compte l'ensemble des interactions possibles deux à deux (par le principe de 2-additif), nous trouvons S' un nouvel ensemble des états de la nature qui, subjectif au décideur, est définie par : $S' = \{s'_0, s'_1, \ldots, s'_m\}$ où $m > n$. En d'autres termes, les éventualités individuelles de S, S' contiennent les interactions possibles des éléments de S. s'_0 symbolise la neutralité des états de la nature où aucun événement ne se produit. Soit A un ensemble d'événements de S' alors A est définie par $A = \{s' \in S'\}$.

Le dirigeant doit régulièrement prendre des décisions qui peuvent constituer un ensemble $D = \{d_1, \ldots, d_n\}$ dans un univers incertain. Dans sa réflexion, il sera aux prises avec plusieurs " inconnus " d'événement s' de S' sur lesquels il n'a pas d'influence. Les résultats de sa décision, par conséquent, pourront être ou ne pas être tels qu'il avait anticipé. L'anticipation ou la prévision de tout ce qui peut se produire est à exercer sans égard au niveau de la probabilité d'occurrence de ces états.

3.2 La distribution des états du monde

D'une manière générale, tout repose sur cette distribution pour la prise de décision. Cette loi de distribution est très complexe à déterminer et voir même impossible (le cas de l'ignorance totale). Nous supposons dans ce travail le cas d'extrême limite (ignorance totale) et grâce à la capacité 2-additive de Choquet, MAYAG, GRABISCH et LABREUCHE [16], une meilleure décision est envisageable. Pour ce faire, nous allons utiliser les préférences subjectives du décideur.

Soient $P = \{(s'_1, s'_2) \in S' \times S' :$ le décideur préfère strictement l'état s'_1 à $s'_2\}$, c'est-à-dire $C_\mu(s'_1) > C_\mu(s'_2)$, C_μ est la capacité 2-additive de Choquet.
$I = \{(s'_1, s'_2) \in S' \times S' :$ le décideur est indiférent entre s'_1 et $s'_2\}$, c'est-à-dire $C_\mu(s'_1) = C_\mu(s'_2)$.

Le décideur se trouve alors face à un choix qui est affecté par une information binaire, MAYAG, GRABISCH et LABREUCHE [16] $\{P, I\}$ qui est complétée par la relation de monotonie M (il n'arrive pas à se prononcer sur son degré de satisfaction entre les états du monde). La relation de monotonie est définie par :

$$\forall x, y \in S, xMy \Leftrightarrow \begin{cases} y = s'_0 & \text{et non}(x(P \cup I)y) \\ \exists i, j \in N & \text{tel que } [x = s_{ij}, y = s_i] \text{ et non}(x(P \cup I)y) \end{cases} \quad (1)$$

Une fois les trois relations déterminées, nous construisons le graphe connexe du décideur qui sera réduit, après vérification de la propriété de monotonie de l'information préférentielle, MAYAG, GRABISCH et LABREUCHE [16], (regroupement des chemins de même longueur), en graphes fortement connexes.

En effectuant un tri-topologique sur le graphe réduit, nous trouvons les valeurs de μ étant définie par :

$$\forall s' \in S', \mu(\phi(s')) = \begin{cases} 0 & \text{si } l = 0 \\ (2n)^l & \text{sinon} \end{cases} \quad (2)$$

avec $l \in \{0, \ldots, q\}$ où $\{X_0, X_1, \ldots, X_q\}$ une partition de X obtenue par un tri topologique sur le graphe réduit de circuit dans $(P \cup I \cup M)$ [16]. Pour l'ensemble des états la capacité 2-additive ν est définie par :

$$\nu(s') = \frac{\mu(s')}{\alpha} \tag{3}$$

où $\alpha = \sum_{\{i,j\} \in N} \mu(s_{ij}) - (n-2) \sum_{i \in N} \mu(s_i)$ et $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ le cardinal pouvant prendre les états de la nature de S 1 à n. Cette mesure floue joue le rôle de la loi des distributions des états de la nature qui est subjective au décideur.

3.3 L'ensemble des actions envisageables

Ce sont l'ensemble des actions pouvant survenir. Nous les représentons par $F = \{f_1, \ldots, f_n\}$. L'ensemble des actions peut être fini ou infini. Les limites sont celles que se fixe le décideur. Un acte est une fonction f définie de S' vers C (C ensemble des conséquences).

3.4 La conséquence

La conséquence est un élément fondamental du modèle de décision. Elle consiste en une fonction définie sur S' et F. Elle provient de la combinaison d'un événement " s' " avec une action " f ". " C'est la valeur numérique mesurant la " portée réelle " de cette conséquence pour le décideur qui est utilisée dans le modèle de décision ". L'ensemble de conséquences est noté $C = \{c_1, \ldots, c_n\}$

Formellement, la conséquence est définie par :

$$\begin{array}{llll} C: & S' \times F & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (s', f) & \longmapsto & c(s', f) \end{array}$$

En affaires, par convention, le décideur est amené, par le principe de rationalité, à déterminer en détail, tous les états possibles même pour ceux qui ont peu ou pas de chance de survenir. L'étude de l'ensemble des actions, en fonction de chacun des couples (S', F) et la détermination des résultats ou conséquences F permet, a priori, au décideur de statuer sur le degré de précision qu'il recherche dans ses réponses. Cette analyse préliminaire est alors d'autant plus fiable et sécurisante.

3.5 La fonction d'utilité

L'individu placé devant un ensemble d'actions va, dans un esprit rationnel, donner une valeur à chacun des résultats escomptés. Ainsi, nous appellons indice d'utilité cette valeur et l'ensemble de cette fonction s'appelle fonction d'utilité. Cette fonction est définie par :

$$\begin{array}{llll} U: & S' \times F & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (s', f) & \longmapsto & u(s', f) \end{array}$$

qui permet de faire correspondre à tout couple (s', f) un nombre réel $u(s', f)$, appelé indice d'utilité.

Le problème de décision peut se résumer par la matrice de décision suivante :

Tableau 1:
Matrice de décision

S'	s'_0	s'_1	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	s'_m
S	s_0	$\cdots$	s_j	$\cdots$	s_n	s_{12}	$\cdots$	s_{ij}
f_1	$u(s'_0, f_1)$	$u(s'_1, f_1)$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$u(s'_m, f_1)$
f_2	$u(s'_0, f_2)$	$u(s'_1, f_2)$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$u(s'_m, f_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$
f_n	$u(s'_0, f_n)$	$u(s'_1, f_n)$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$u(s'_m, f_n)$

Une fois déterminé ce tableau et la distribution de la capacité 2-additive alors le modèle de Schmeidler est applicable.

3.6 Le modèle

Considérant ν une mesure floue qui dans notre cas, une capacité 2-addititive [16] et X une application mesurable de S à valeur dans $\mathbb{R}$ où $(S, \mathbb{E})$ une fonction d'ensemble de $\mathbb{E}$ dans $[0, 1]$ vérifiant $\nu(0) = 0$, $\nu(S) = 1$ et monotone. Le modèle $\int_{Ch} X d\nu$ est définie par :

$$\int_{Ch} X d\nu = \int_{-\infty}^{0} [\nu(X > t) - 1]dt + \int_{0}^{+\infty} \nu(X > t)dt \tag{4}$$

Pour X discrète c'est-à-dire $X = (x_1, A_1; \ldots; x_i, A_j; \ldots, x_n, A_m)$ où $x_i \in \mathbb{R}$
$x_1 \leq \ldots, x_i \ldots \leq x_n$, $A_i \in \mathbb{E}$, A_i une partition de S', le modèle est alors définie par [15] :

$$\int_{Ch} X d\nu = x_1 + (x_2 - x_1)\nu(X \geq x_2) + \ldots + (x_n - x_{n-1})\nu(X \geq x_n) \tag{5}$$

Considérant C un ensemble de conséquences, f une application de S' dans C, u une application croissante de C dans $\mathbb{R}$, $X = u \circ f$;X une application de S' dans $\mathbb{R}$, nous pouvons donc définir pour u et ν données :

$$\int_{Ch} u(f)d\nu = \int_{-\infty}^{0} [\nu(u(f) > t) - 1]dt + \int_{0}^{+\infty} \nu(u(f) > t)dt \tag{6}$$

appellée espérance d'utilité à la Choquet(CEU) de l'acte f.

Pour X discrète, $X = u(s'f)$, nous avons :

$$U_{Ch}(u(s', f_i)) = u(s'_0, f_i) + \sum_{j=1}^{m} (u(s'_j, f_i) - u(s'_{j-1}, f_i))\nu(u \geq u(s'_j, f_i)) \tag{7}$$

où ν est la capacité 2-additive de Choquet.

Cette évaluation de l'utilité espérée à la Choquet peut être facilement déterminée par l'algorithme suivant.

3.7 Algorithmes

Algorithme III.1 Détermination de la décision par le calcul de l'utilité à la Choquet

```
Entrer n, m, S, S',f, u(f(i), s'(j)), P, I et M
Construire le graphe orienté G=(V,E) où
      -V:=S' est l'ensemble des sommets de G
      -E est l'ensemble des arcs de G défini tel que pour
      tout (a,b) de V, (a,b) de E si et seulement si
      (a,b) est de P ou (a,b) de I ou (a,b) de M.
Construire le graphe des composantes fortements connexes de
  G noté SCG(G);
Pour A appartenant à SCG(G)
      -s'il existe (a,b) de A tel que (a,b) appartient à P
      renvoyer FAUX (les éléments de A forment un circuit
      strict de (PUIUM); sinon aller à l'étape suivante;
      pour chaque sous K de S tel que |K| >=3 et pour chaque
      état de la nature j de K, tester la propriété (K,j)-MOPI,
      si elle n'est pas vérifiée renvoyer FAUX;
      -sinon, construire l'ensemble (K,j)-NBA.
      Pour chaque élément A de (K,j)-NBA, ajouter un arc dans
      G de s0 à s'.
Construire le graphe G'=(V',E') où
      -V':=SCG(G')
      -E' est l'ensemble des arcs de G' avec pour tout A,B
       appartenant à V', (A,B) appartient à E' si et seulement
       si, il existe x de A et y de B tel qu'il existe un arc
       dans G de x à y;
Faire un tri topologique sur G';
Soit X0, X1,..., Xq la partition de X obtenue avec le tri
 topologique sur G';
Calculer les valeurs de mu et nu comme suit:
       Pour tout j=1 à m faire ,
       si l=o alors mu =o sinon mu = (2n)^l
Calculer la capacité mu comme suit
     Pour j=1 à m faire
        pour i=1 à n faire
        nu(s')=mu(s')/alpha où
        alpha=Somme(mu(s(i,j)))-(n-2)Somme(mu(s(i)))
Définir les vecteurs de d'utilité u(s',nu) comme suit
       pour j=1 à faire
        pour i=1 à faire
        u(s',nu)=(u(s'(j),f(i)),nu(j));
Trier les vecteurs nu(s',nu) simultanément avec u(f(i),s'(j))
Calculer l'utilité de Choquet de chaque acte f comme suit:
      pour j=1 à faire
        pour i=1 à faire
   Uch=u(s'0,f'(i))+Somme(u(s'(j),f(i))-u(s'(j-1),f(i))*
   nu(s'(j),f(i));
   La meilleur décision est celle qui maximise l'utilité à
la Choquet
```

IV ILLUSTRATION

4.1 Cas 1

Prenons le cas d'un marchand ambulant, il a comme décisions possibles de remplir son chariot des glaces, des boissons, des journaux ou des jouets. Sa décision finale dépend du contexte climatique (le temps : Pluvieux, Humide, Vent, Chaud,. . .), politique (élection, crise politique,. . .) et social (journée fériée ou non, . . .). Dans sa matrice de décision, nous repportons les profits (gains) attendus par le marchand. Notons par s_1 le temps pluvieux, s_2 le temps froid, s_3 le temps chaud, s_4 le contexte politique, s_5 le contexte social et s_0 symbolise la neutralité.

La matrice de décision se présente comme suit :

Tableau 2:
Exemple pour le marchand ambulant

S'	Glaces	Boissons	Journaux	Jouets
s_0	50	200	20	40
s_1	95	150	30	20
s_2	70	200	60	30
s_3	500	400	80	100
s_4	200	1000	800	30
s_5	300	550	100	800
s_{12}	70	30	10	20
s_{13}	100	150	20	10
s_{14}	80	100	650	10
s_{15}	100	200	400	1000
s_{24}	60	200	600	100
s_{25}	200	300	300	650
s_{34}	250	400	500	150
s_{35}	350	500	100	1200
s_{45}	800	600	800	700

Le graphe de préférences, des indifférences et des monotonies pour l'agent décideur sont les suivantes :

En vérifiant la propriété de monotonie de l'information préférentielle [16] et en construisant l'ensemble de toutes les composantes fortement connexes du graphe G, nous obtenons le graphe G' suivant :

Et d'après ce graphe, nous avons calculé les valeurs de μ et ν (équations **2** et **3** présentées dans la section **3**).

Tableau 3:
Calcul de μ et ν et évaluation de l'utilité à la Choquet

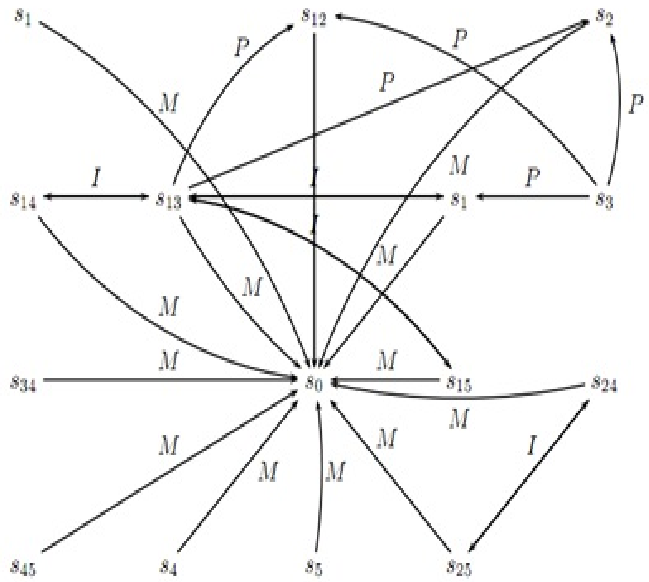

FIGURE 1 – G ambulant

S'	Glaces	Boissons	Journaux	Jouets	ϕ	μ	ν
s_0	50	200	20	40	$\{\phi\}$	0	0
s_1	95	150	30	20	$\{1\}$	10	$\frac{10}{120}$
s_2	70	200	60	30	$\{2\}$	10	$\frac{10}{120}$
s_3	500	400	80	100	$\{3\}$	100	$\frac{100}{120}$
s_4	200	1000	800	30	$\{4\}$	10	$\frac{10}{120}$
s_5	300	550	100	800	$\{5\}$	10	$\frac{10}{120}$
s_{12}	70	30	10	20	$\{1,2\}$	10	$\frac{10}{120}$
s_{13}	100	150	20	10	$\{1,3\}$	100	$\frac{100}{120}$
s_{14}	80	100	650	10	$\{1,4\}$	100	$\frac{100}{120}$
s_{15}	100	200	400	1000	$\{1,5\}$	100	$\frac{100}{120}$
s_{24}	60	200	600	100	$\{2,4\}$	100	$\frac{100}{120}$
s_{25}	200	300	300	650	$\{2,5\}$	100	$\frac{100}{120}$
s_{34}	250	400	500	150	$\{3,4\}$	10	$\frac{10}{120}$
s_{35}	350	500	100	1200	$\{3,5\}$	10	$\frac{10}{120}$
s_{45}	800	600	800	700	$\{4,5\}$	10	$\frac{10}{120}$
U_{Ch}	811,25	477,5	**1815**	1617.5			
$U_{Laplace}$	215	**332**	298	324			
U_{Wald}	**50**	30	10	10			
$U_{Hurwicz+}$	**72,5**	59,1	33,7	45,7			
$U_{Hurwicz-}$	575	709	563	**843**			
U_{Savage}	900	**800**	1100	970			

Par rapport à ce contexte, le marchand ambulant a intérêt à mettre beaucoup plus des journaux dans son chariot. En faisant une analyse comparative, nous trouvons que le modèle de Wald ($Arg\underbrace{Max}_{f\in F}\underbrace{Min}_{s'\in S'}u(f(s'))$) basé seulement sur le caractère pessimiste du décideur opte

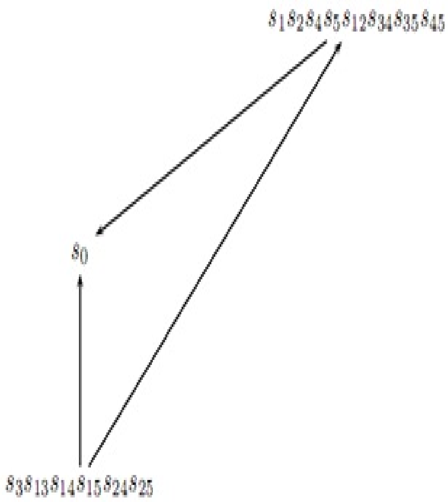

FIGURE 2 – G' ambulant

pour beaucoup plus des boissons. Pour Hurwicz, la décision optimale donnée par l'expression $Arg \underbrace{Max}_{f \in F}[\alpha \underbrace{Max}_{s' \in S} u(f(s')) + (1-\alpha) \underbrace{Min}_{s' \in S'} u(f(s'))]$ est le chargement des glaces dans le pessimiste (Hurwicz-) et le chargement des boissons dans le cas optimiste (Hurwicz+).

De sa part Savage, avec son modèle regret maximal ($Arg \underbrace{Min}_{f \in F} \underbrace{Max}_{s' \in S'} R(f(s'))$ avec $R(f, s') = \underbrace{Max}_{g \in F} u(g(s')) - u(f(s'))$), la décision de moins de regret est des boissons.

4.2 Cas 2

Passons maintenant au choix du meilleur projet entre la commercialisation du Riz (P_1), la production de pomme de terre (P_2) et la commercialisation de pomme de terre (P_3) que l'utilité va être représentée par le cash flow brut et ceci en tenant compte des états de la nature qui sont représentés par : Cyclone, Inondation, Sécheresse et Crise politique. Prenons comme "état de la nature"' les phénomènes suivants : Cyclone(s_1), Insécurité (s_2), Sécheresse(s_3) et Crise politique(s_4) et ces intéractions possibles et susceptibles d'apparaitre.

Tableau 4:
Exemple de choix de projet à la Choquet

S'	P_1	P_2	P_3
s_0	36190	246310	249037
s_1	366522	309581	337080
s_2	100000	239190	270520
s_3	342522	304671	320581
s_4	370456	382925	393715
s_{12}	347377	279109	365444
s_{14}	383791	223247	223667
s_{23}	1260437	227863	351226
s_{24}	339029	285474	374863
s_{34}	366506	296213	387963

Dans notre exemple où $N = 4$, le graphe de préférences, des indifférences et des monotonies pour l'agent décideur sont donnés par le graphe suivant.

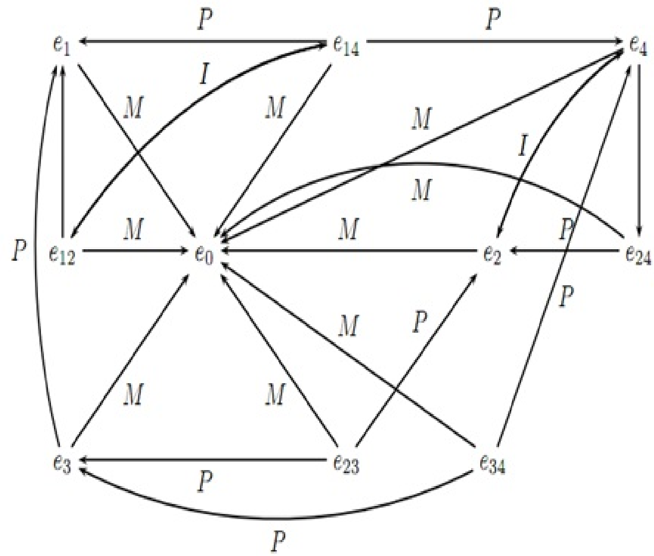

FIGURE 3 – G pour le choix de projet

En vérifiant la propriété de monotonie de l'information préférentielle [16] et en construisant l'ensemble de toutes les composantes fortement connexes du graphe G, nous obtenons le graphe G' suivant :

Et d'après ce graphe, nous avons calculé les valeurs de μ et ν (équations **2** et **3** présentées dans la section **3**).

Tableau 5:
Calcul de μ et ν et évaluation de l'utilité à la Choquet

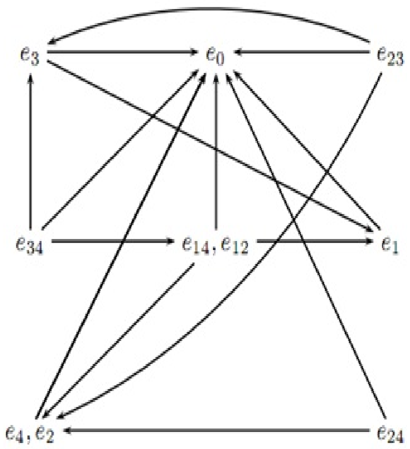

FIGURE 4 – G' pour le choix de projet

S'	ϕ	μ	ν	P_1	P_2	P_3
s_0	$\{\Phi\}$	0	0	36190	246310	249037
s_1	$\{1\}$	8	$\frac{8}{144}$	366522	309581	337080
s_2	$\{2\}$	8	$\frac{8}{144}$	100000	239190	270520
s_3	$\{3\}$	64	$\frac{64}{144}$	342522	304671	320581
s_4	$\{4\}$	8	$\frac{8}{144}$	370456	382925	393715
s_{12}	$\{1,2\}$	64	$\frac{64}{144}$	347377	279109	365444
s_{14}	$\{1,4\}$	64	$\frac{64}{144}$	383791	223247	223667
s_{23}	$\{2,3\}$	64	$\frac{64}{144}$	1260437	227863	351226
s_{24}	$\{2,4\}$	64	$\frac{64}{144}$	339029	285474	374863
s_{34}	$\{3,4\}$	64	$\frac{64}{144}$	366506	296213	387963
U_{Ch}				**779845.444**	360953.383	545014.222
$U_{Laplace}$				323854.1	279458.3	**327136.9**
U_{Wald}				100000	223247	**223667**
$U_{Hurwicz_{0.3}}$				185137	271150.4	**274681.4**
$U_{Hurwicz_{0.7}}$				298653.7	**335021.6**	342700.6
U_{Savage}				170520	160544	**160124**

Notre modèle se démarque des autres et préfère le projet 1 alors que le modèle de Wald, de Laplace, de Savage et le pessimisme de Hurwicz choisissent le projet 3 et l'optimisme de Hurwicz le 2. A la différence de ces autres modèles, le notre permet d'intégrer les préférences, indifférences et monotonies subjectives du décideur dans une situation d'ignorance totale.

Il permet au décideur de limiter au maximum possible le risque du fait que l'évaluation de la décision est faite pour les états de nature qui lui sont seulement satisfaisants. Ce modèle est un outil qui fait l'objet de plusieurs applications notamment dans l'agrégation des comportements diversifiés, [14] , la mesure de corrélation et aussi la mesure des dépendances préférentielles, [13].

L'utilisation d'une capacité 2-additive est justifiée dans l'algorithme de Mayag, MAYAG, GRABISCH et LABREUCHE [16] selon laquelle, elle permet de réduire le nombre de paramètres $2^n - 2$ à $\frac{n(n+1)}{2} - 1$.

Notre modèle est subjectif dans le sens où les agents sont appelés à identifier eux même les cas impossibles comme dans l'application avec e_{23}, e_{234} et e_{123} et la mesure floue est totalement subjective.

V CONCLUSION

Face à une incertitude généralisée, aux influences des facteurs exogènes, la prise de décision reste perplexe.

L'intégrale de Choquet par sa capacité à agréger les interactions entre les critères souvent conflictuels, nous a permis de formaliser, d'une manière assez réaliste, la décision dans un environnement d'ignorance totale tout en tenant compte des facteurs exogènes.

Notre modèle qui se distingue des autres modèles existants incorpore les contextes environnementaux. De plus, le modèle est totalement subjectif du fait qu'il est basé sur une distribution issue de l'information binaire du décideur et se distingue des autres par l'hypothèse fondamentale des états de nature non mutuellement exclusifs. Par cette hypothèse, l'ensemble S est remplacé par S' avec $S \in S'$ incluses interactions possibles. Ainsi le tableau de décision se voit augmenter de la partie droite bien remarquable dans le tableau **1**.

Ce modèle peut être confronté à une situation d'absence des valeurs numériques et l'intégrale de Sugeno qui représente le Choquet qualitatif, permettra de résoudre ce problématique.

RÉFÉRENCES

Publications

[1] J. V. NEUMANN et O. MORGENSTERN. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, 1944.

[2] A. WALD. *Statistical Decision Functions which Minimize the Maximum Risk*. JSTOR, 1945.

[3] L. J. SAVAGE. « The theory of statistical decision ». In : *Taylor & Francis, Ltd.* 46.253 (1951), pages 55-67.

[4] M. ALLAIS. « Le comportement de l'homme rationnel devant le risque : critique des postulats et axiomes de l'école américaine ». In : *Econometrica* 21 (1953).

[5] G. CHOQUET. « Theory of capacities. Annales de l'institut Fourier ». In : *Scientific Research* 5 (1954), pages 131-292.

[6] L. J. SAVAGE. *Foundations of Statistics*. DOVER PUBLICATIONS, INC.NEW YORK, 1954.

[7] D. ELLSBERG. « Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms ». In : *Quarterly Journal of Economics* 75 (1961), pages 643-669.

[8] H. RAIFFA. *Decision Analysis - Introductory lectures on choices under uncertainty*. Addison Wesley, 1970.

[9] A. WALD. *Statistical decision functions*. www.jstor.org : Institute of Mathematical Statistics is collaborating with JSTOR to digitize, 1971.

[10] D. SCHMEIDLER. « Integral representation without additivity ». In : *Proceeding of the American Mathematical Society* 2.97 (1986), pages 255-261.

[11] D. SCHMEIDLER. « Subjective Probability and Expected Utility withaout Additivity ». In : *Econometrica* 3.57 (1989), pages 571-587.
[12] J. QUIGGIN. *Generalized Expected Utility Theory : The Rank-Dependent Model*. Springer, 1993.
[13] J. L. MARICHAL. *Agrégation de critères intéractifs au moyen de l'intégrale de Choquet discrète*. Boulevard du Rectorat 7 - B31 : Departement de gestion, Université de Liège, 1999.
[14] J. L. MARICHAL. *Fonction d'agrégation pour la décision*. 162A, avenue de la Fa¨ıencerie, L-1511 Luxembourg : Service de Mathématiques Appliquées, Université de Luxembourb, 2005.
[15] A. ALAIN et M. COHEN. « Cardinal extensions of EU model based on the Choquet integral ». In : (2008).
[16] B. MAYAG, M. GRABISCH et C. LABREUCHE. *Un algorithme de détermination de la capacité pour l'intégrale de Choquet 2-additive*. Un algorithme de détermination de la capacité pour l'intégrale de Choquet 2-additive : Lasmade, 2008.
[17] M. SUGENO. *Ordinal preference models based on s-integrals and their verification*. Springer, 2011.